La aceleración paralela al suelo del lutrino debida a la gravedad, sin contar el rozamiento, será

$$a_g = -g \operatorname{sen}\theta = -10m/s^2 \cdot \frac{1}{2} = -5m/s^2$$

donde θ es el ángulo de la pendiente con la horizontal y g es la gravedad.

El valor de la aceleración del rozamiento (sin mirar su dirección, que ahora nos preocupamos por ella) será proporcional a la fuerza normal - es decir, la fuerza que el suelo ejerce sobre el lutrino para que no se hunda en la nieve (si, ya sé, se hundirá un poquito, pero vamos a suponer que eso nos da lo mismo; al fin y al cabo, estamos haciendo simplificaciones por doquier). Por tanto

$$a_r = \mu g \cos\theta = \mu \cdot 10m/s^2 \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\mu\sqrt{3}m/s^2$$

donde μ es el coeficiente de rozamiento.

Ahora bien: mientras el lutrino sube, el rozamiento tiende a frenarle, es decir, «apunta hacia abajo», a favor de la gravedad. Cuando baja, el rozamiento *también* tiende a frenarle, pero para eso ahora debe «apuntar hacia arriba», *en contra* de la gravedad. Cuando sube (vamos a suponer que la altura positiva es hacia arriba y negativo hacia abajo, y lo mismo velocidades y aceleraciones)

$$a_1 = a_g - a_r$$

y cuando baja:

$$a_2 = a_g + a_r$$

Queda, claro está, el momento en que ni sube ni baja - cuando está arriba del todo. Pero como Pedro nos ha dicho que no nos preocupemos por el rozamiento estático, nos olvidamos de ello.

Ahora nos paramos a pensar que sabemos de los movimientos, aparte de sus aceleraciones. Conocemos la velocidad inicial de ambos (10 m/s en el primero, 0 m/s en el segundo) y la final del primero (0 m/s). No conocemos la altura a la que llega el primero (ni por tanto de la que cae el segundo), pero sabemos que es la misma. No sabemos el tiempo de cada una, pero sabemos cuanto es la suma de los dos tiempos (3.61s), por lo que podemos poner un tiempo en función del otro ($t_1 = t, t_2 = 3.61s - t_1$). Ahora toca buscar formulitas a ver que podemos hallar.

En primer lugar podemos hallar el tiempo que tarda en subir y la altura que sube (aunque quedará en función del coeficiente de rozamiento, pero no pasa nada) usando estas fórmulas

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a(h_f - h_i)$$
$$v_f = v_i + at$$

Aplicándolas a la primera mitad del problema sacamos que

$$h_f = -\frac{v_0^2}{2a_1}$$
$$t_1 = -\frac{v_0}{a_1}$$

donde los signos menos no quieren decir que sean cantidades negativas; son de hecho positivas, porque a_1 es una cantidad negativa, y ya sabéis: menos por menos, mas. Además así sabemos que

$$t_2 = 3.61s + \frac{v_0}{a_1}$$

Ahora usamos la fórmula general del MRUA,

$$h_f = h_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2$$

que aplicada con lo que ya sabemos sobre la segunda parte del movimiento, y los datos que hemos hallado de altura y tiempo nos queda

$$0 = -\frac{v_0^2}{2a_1} + \frac{1}{2}a_2\left(3.61s + \frac{v_0}{a_1}\right)^2$$

Ahora viene lo divertido: vamos a juguetear con las fórmulas a ver que sacamos. Primero sustituimos valores (que no me gusta hacerlo, pero por claridad quedará mejor). Por cierto, voy a olvidarme temporalmente de las unidades: todo está en el sistema internacional.

$$\begin{aligned}
0 = -\frac{100}{2\cdot(-5-5\mu\sqrt{3})} + \frac{1}{2}(-5+5\mu\sqrt{3})\left(3.61 + \frac{10}{(-5-5\mu\sqrt{3})}\right)^2 \\
\frac{100}{5(1+\mu\sqrt{3})} = 5(\mu\sqrt{3}-1)\left(3.61^2 + \frac{100}{25(\mu\sqrt{3}+1)^2} - \frac{2\cdot 10\cdot 3.61}{5(\mu\sqrt{3}+1)}\right) \\
\frac{100}{(\mu\sqrt{3}+1)(\mu\sqrt{3}-1)} = 25\left(13 + \frac{100}{25(\mu\sqrt{3}+1)^2} - \frac{4\cdot 3.61}{\mu\sqrt{3}+1}\right) \\
\frac{4}{(\mu\sqrt{3}+1)(\mu\sqrt{3}-1)} = 13 + \frac{4}{(\mu\sqrt{3}+1)^2} - \frac{14.44}{\mu\sqrt{3}+1} \\
4 = 13(\mu\sqrt{3}+1)(\mu\sqrt{3}-1) + 4\frac{\mu\sqrt{3}-1}{\mu\sqrt{3}+1} - 14.44(\mu\sqrt{3}-1) \\
4 = 13(3\mu^2-1) + 4\frac{\mu\sqrt{3}-1}{\mu\sqrt{3}+1} - 14.44(\mu\sqrt{3}-1) \\
4(\mu\sqrt{3}+1) = 13(3\mu^2-1)(\mu\sqrt{3}+1) + 4(\mu\sqrt{3}-1) - 14.44(\mu\sqrt{3}-1)(\mu\sqrt{3}+1) \\
4(\mu\sqrt{3}+1) = 13(3\mu^2-1)(\mu\sqrt{3}+1) + 4(\mu\sqrt{3}-1) - 14.44(3\mu^2-1) \\
8 = (3\mu^2-1)(13\mu\sqrt{3}+13-14.44) \\
8 = (3\mu^2-1)(22.5\mu-1.44) \\
67.5\mu^3 - 4.32\mu^2 - 22.5\mu - 6.56 = 0
\end{aligned}$$

Podríamos tratar de resolver esta ecuación de tercer grado (hay más de un método analítico para hacerlo). Pero probablemente pasaríamos aquí hasta que nuestros lutrinos se hubieran extinguido o hasta que toda la materia del universo fueran lutrinos (más probable, porque se reproducen a buen ritmo cuando no juegan en la nieve), y en ningún caso nos serviría de mucho el resultado - aunque esa es otra, ¿para qué diabólicos planes usará Pedro nuestros resultados?. Así que vamos a usar un método gráfico para resolverla. Simplemente plotearemos el polinomio asociado a la ecuación en una gráfica (el polinomio asociado es lo que queda a un lado del igual, habiendo cero en el otro, es decir, $67.5\mu^3 - 4.32\mu^2 - 22.5\mu - 6.56$), y donde corte con el eje horizontal, es decir, donde valga cero, será la solución al problema. En principio puede haber entre cero y tres soluciones reales al problema - esperemos que sólo haya una, o sabremos poco sobre los lutrinos.

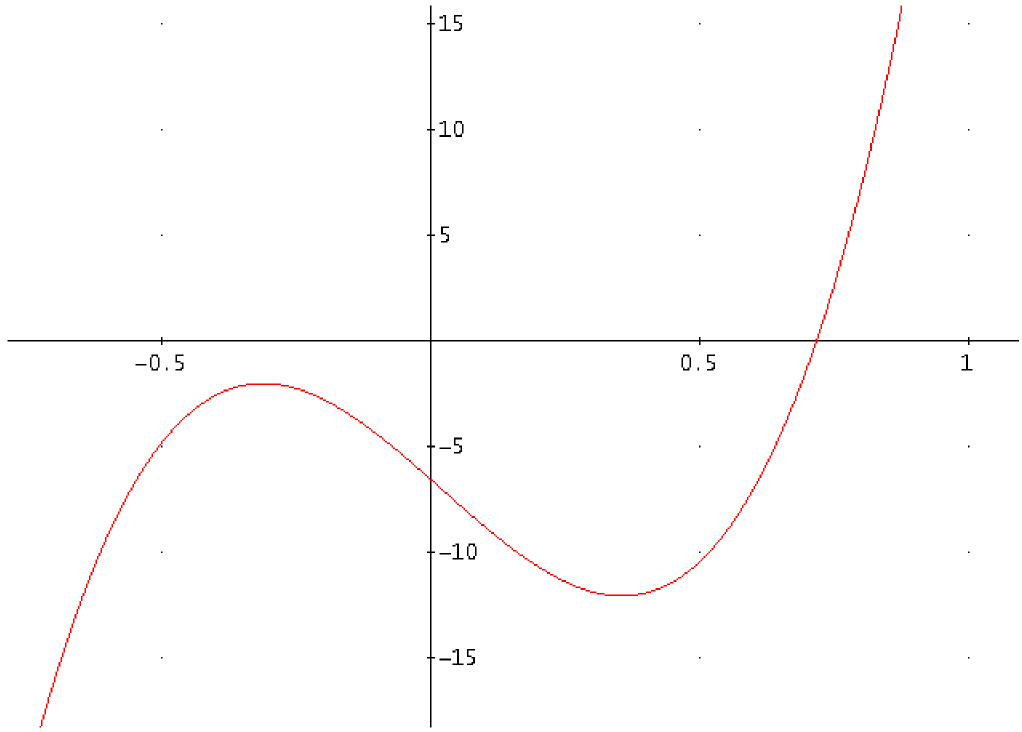

Figura 1. ¡Parece un buen resultado!

Pues gracias a la suerte o a algún oscuro principio físico, sólo quedo una solución. Aproximando en la gráfica el valor que nos queda, hallamos que más o menos, $\mu = 0.717$. Y como me imagino que Pedro nos quiso poner números bonitos, y este me resulta familiar, apuesto porque él partió de $\mu = \frac{\sqrt{2}}{2}$, que da aproximadamente eso.