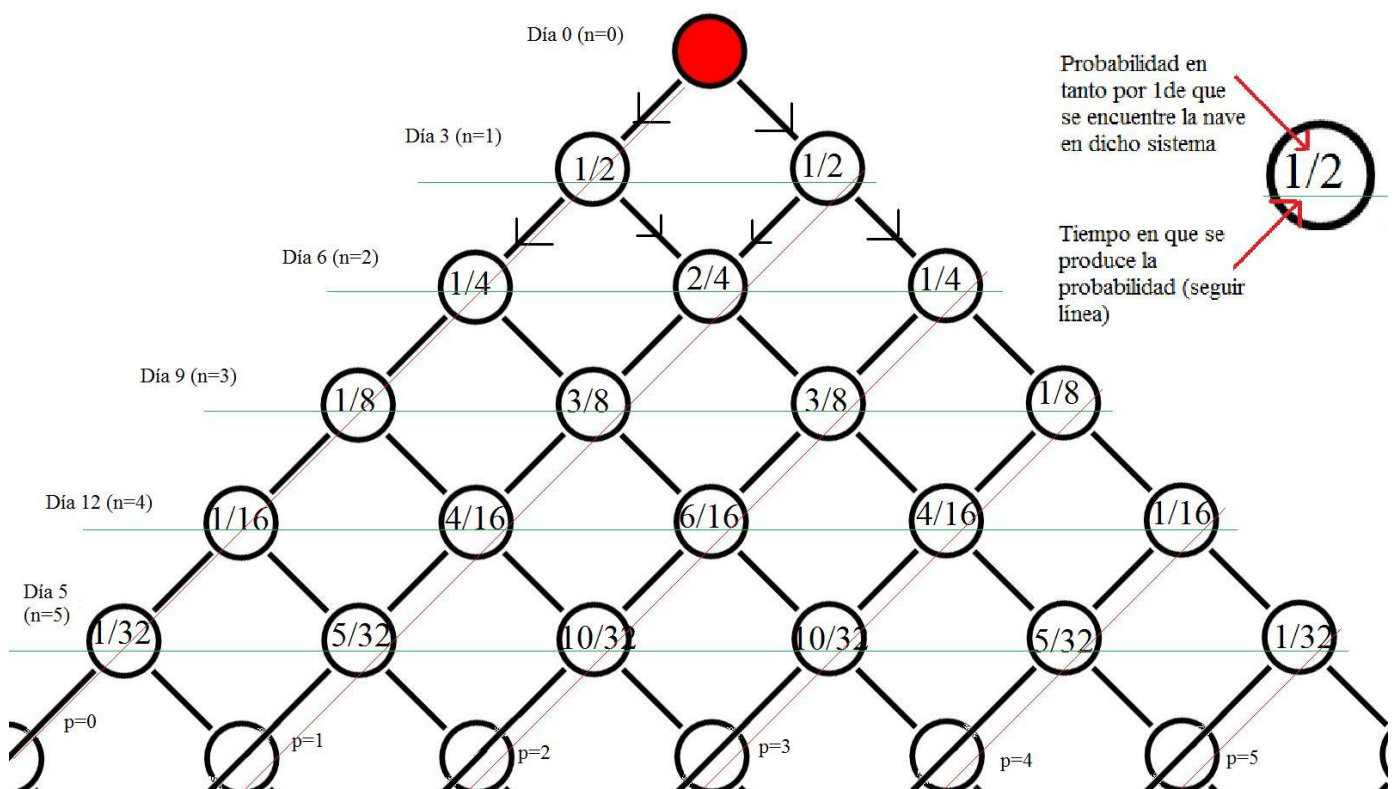


## Encuentro estelar, solución tipo triángulo de Tartaglia/Pascal

Comenzaré calculando directamente el caso de  $N \times N$  sistemas, el caso  $N=10$  solo será un caso particular. Utilizaré conceptos matemáticos de nivel medio como sumatorios, factoriales o combinatoria, las explicaré muy por encima.

Para empezar, nos centraremos en la nave roja, nos olvidamos por ahora de la azul. Nuestro objetivo es calcular las probabilidades en cada punto del mapa y en cada instante. Es bien simple:

- En el primer movimiento (día 3), la nave tiene solo dos posibilidades, serán por tanto un 50% ( $1/2$ ) de probabilidad para cada sistema que la nave se encuentre allí.
- En el segundo movimiento, (día 6), la nave se puede mover a tres sistemas (ver dibujo), sin embargo, la probabilidad no es la misma para los tres sistemas. Explicándolo de una manera un poco burda, el primer 50% de probabilidad (del día 3) del primer sistema se reparte por igual (25%,  $1/4$ ) entre sus dos inferiores, al igual que el otro. De ahí que el primer y tercer sistema del día 6 solo tenga un 25% (solo ha intervenido el sistema del día 3 superior en cada caso). Mientras que el segundo sistema del día 6 tiene un 50% de probabilidades al venirle de cada uno de los **dos** sistemas superiores un 25%. El día 9 es igual, fijarse en el dibujo para una mejor comprensión.



He dibujado el sistema en forma de “pirámide”, enseguida se verá su utilidad.

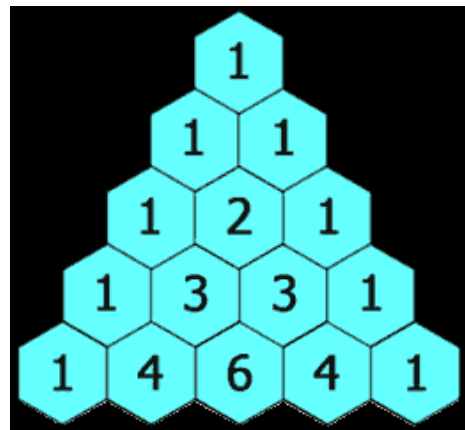
Primero nos fijamos en cada línea horizontal verde, cada una corresponde a un día determinado, la nave por tanto ira bajando hacia abajo con el transcurso de los días. Obviamente, si sumamos los porcentajes de cada línea obtenemos 1 (100%) de probabilidad.

Ahora pondremos nuestra atención en los denominadores (números de debajo de las fracciones). Se mantiene constante en cada fila pero conforme vamos bajando, este se multiplica por dos, por tanto tiene un crecimiento de la forma  $2^n$  donde “n” representa el número de la fila empezando desde 0.

En el caso del numerador (número de arriba de la fracción) parece más complicado encontrarle una regla, sin embargo nos encontramos ante el mismísimo “triángulo de Tartaglia/Pascal”.

Para aquellos que aún no lo conozcan se forma de la siguiente manera:

Empezamos escribiendo un uno arriba del todo y en las dos diagonales en sentido descendente a ambos lados del 1. Ahora empezamos a escribir en la primera casilla vacía la suma de los dos números superiores ( $1+1$ ). Una vez acabada esa fila, pasamos a la siguiente, serán ( $1+2$ ) siendo “1” y “2” los dos números superiores y así sucesivamente.



Esta construcción matemática tiene muchos usos, como por ejemplo para calcular el desarrollo de  $(a+b)^n$  (binomio de Newton) de forma rápida o para combinatoria. Recomiendo para aquellos que no lo conozcan una lectura más detalla de él en Wikipedia o en cualquier otro sitio.

Cada número del triángulo se puede calcular mediante:

$$\binom{n}{p} = \frac{n!}{p! (n - p)!}$$

Donde “n” representa a cada fila, y “p” a cada diagonal (ver primer dibujo).

Para más información sobre esta fórmula buscar sobre: “coeficientes binomiales”.

En estas condiciones, ya somos capaces de dar una fórmula matemática para la probabilidad en tanto por 1 en cada sistema solar. Esta es:

$$\frac{n!}{p!(n-p)! 2^n}$$

Después de todos estos preliminares pasaremos a resolver el problema.

- Las dos naves coincidirán (o pueden coincidir) en una horizontal (líneas verdes), llegando las dos a la misma vez a dicho sistema.
- Si la probabilidad de que la primera nave se encuentre en una determinada posición es  $x_1$  y la de la segunda nave en el mismo punto es  $x_2$  la probabilidad de que coincidan ambos sucesos es: " $x_1 \cdot x_2$ "
- Por lo tanto, la posibilidad de que se encuentren ambas naves es la suma (sumatorio) de las posibilidades de encuentro en toda esa línea.
- Como ambas posibilidades son iguales, tendremos:

Posibilidad total =

$$\frac{\binom{n}{p}^2 + \binom{n}{p-1}^2 + \binom{n}{p-2}^2 + \binom{n}{p-3}^2 + \dots}{2^{2n}}$$

El sumatorio continua hasta "P - a = 0"

Por ejemplo, si tomamos el problema primero de un casillero 10x10, tendremos un  $n=9$  (al existir  $n=0$ ), existirán 10 términos en el sumatorio cada uno correspondiente a la probabilidad de encontrarse en cada punto posible.

En el caso de tener una nave con velocidad triple que la segunda nos encontramos con distintas posibilidades de choque:

- Si el casillero es múltiplo de 3. El choque se producirá en un sistema. Las probabilidades de situarse en capa posición posible de choque de ambas naves serán exactamente las mismas. Simplemente en la fórmula anterior introduciremos distintos valores.

$n = \text{longitud casillero} / 3$

$p \rightarrow$  toma valores desde  $p=0$  hasta  $p=n$ .

- En el caso de que la dimensión del casillero no sea múltiplo de 3 debemos ampliar nuestro rango de estudio, el choque ahora se producirá en un “camino” entre sistemas

Por tanto, debemos hallar las probabilidades de que se encuentre cada nave en los “caminos” entre sistemas. El método es análogo a todo lo anterior, simplemente debemos calcular nuevas posibilidades, multiplicar las de ambas y sumarlas por todas las posibles en ese tiempo.

Por ejemplo si el choque se encuentra ente  $n=1$  y  $n=2$  tendremos 4 términos en el sumatorio, uno por cada camino.

Espero que se haya entendido, siento no haber realizado cálculos directos, la pereza me ha podido :P

Un saludo,

César Íñiguez García