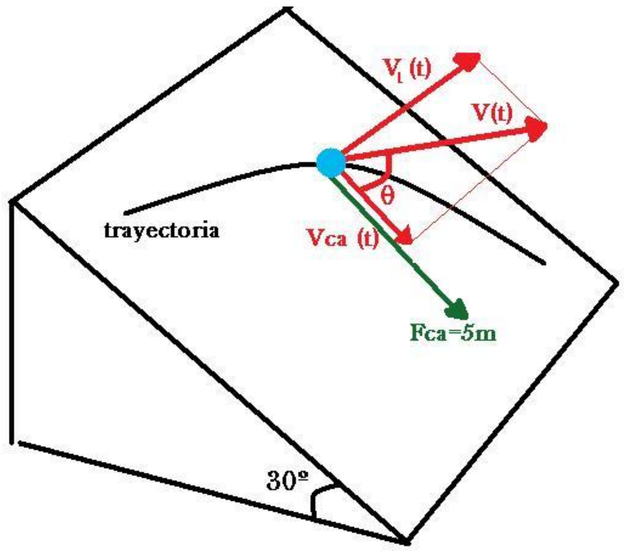
Desafíos - La pendiente infinita

Primera parte:



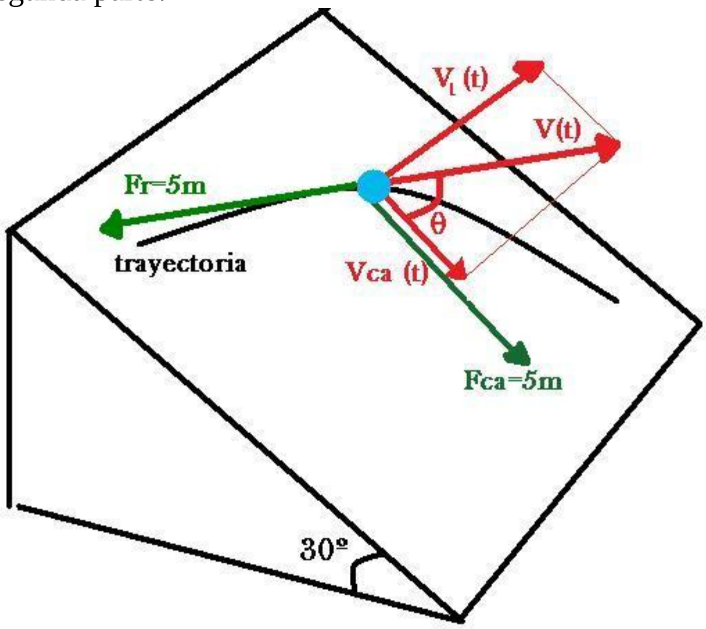
Primero tenemos la aceleración, que es 10 m/s², por lo cual la aceleración "cuesta abajo" (ca en el dibujo) es a'·sen30º que, al sustituir, nos da 10/2 = 5 m/s².

Luego tenemos la velocidad "lateral" (Vl en el dibujo) que es igual a la velocidad inicial (Vl=V0); la velocidad "cuesta abajo" es la aceleración cuesta abajo multiplicada por t (a'·t=5t.)

Por lo cual, finalmente, la velocidad es la suma de la velocidad lateral y la velocidad cuesta abajo, que son perpendiculares entre sí. El ángulo que forman la velocidad y la velocidad cuesta abajo es θ, y la tangente de θ es igual a la velocidad lateral partida por la velocidad cuesta abajo, que da como resultado la velocidad inicial partida por 5t (Vl/Vca=V0/5t)

Es fácil comprobar que cuando t aumenta, V0/5t tiende a 0 y por tanto θ también.

Segunda parte:



En la segunda parte tenemos un cuerpo que recibe dos fuerzas paralelas a la superficie del plano. La primera fuerza es correspondiente a la gravedad que actúa en la dirección cuesta abajo. Esta es igual a: m·a·sen30º=5m. La segunda fuerza es correspondiente al rozamiento que actúa en dirección contraria al movimiento (V(t)), que forma un ángulo θ(t) con la pendiente. Vale tg30º·N·cos30º=10m·sen30º, que es igual a 5m.

La fuerza "cuesta abajo" (Fca) es igual a la fuerza en dirección a la velocidad (Fv), por lo cual la aceleración del cuerpo se puede dividir en dos aceleraciones de igual valor. Una en la misma dirección de Vca, y otra en dirección contraria a V.
La velocidad Vca(t) después de un intervalo Δt será igual a Vca(t+Δt)=Vca(t)+aΔt, y la de V(t) será igual a V(t+Δt)=V(t)-aΔt. Estas dos aceleraciones son iguales, por lo cual aΔt=Vca(t+Δt)-Vca(t)=V(t)-V(t+Δt). De ahí llegamos a V(t)+Vca(t)=V(t+Δt)+Vca(t+Δt), que significa que la suma de V y Vca es constante.

Como en el instante inicial V(0)=V0, y Vca(0)=0 también, tenemos que V+Vca=V0.

Sabemos por trigonometría que Vca=Vcosθ. De ahí llegamos a que V+Vca=V+Vcosθ=V(1+cosθ)=V0, y de ahí que V=V0/(1+cosθ).

Queremos saber a qué valor tiende el ángulo θ. Para ello tomo como origen de coordenadas un punto que se desplaza cuesta abajo manteniéndose a la altura del cuerpo. El cuerpo se desplaza por ese eje X con una velocidad inicial (V0), y se va frenando en su movimiento, ya que hay rozamiento. Como no hay nada que haga aumentar su velocidad y va frenando, la velocidad tiende a 0. Después de un tiempo suficientemente grande la velocidad en el eje X será poco apreciable frente a la velocidad cuesta abajo, por lo que el ángulo que formará la velocidad total con la dirección cuesta abajo tenderá a 0.

Por tanto, tras un tiempo muy largo la velocidad será V=V0/(1+cos0)=V0/2.