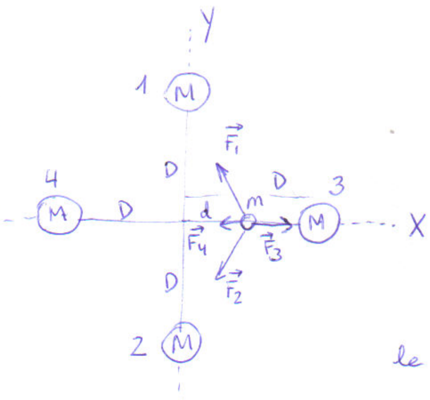
PARTE 2º



Para ver si el movimiento es armónico o no evaluamos si

$$\sum \vec{F} = -k\cdot\vec{d} \quad (d \text{ variable en el eje OX})$$

En el dibujo, con la estrella $\underline{m}$ en la parte positiva del eje OX $\vec{d} = +d\vec{i}$

Si $\underline{m}$ estuviera oscilando, cuando estuviera en la parte negativa del eje OX $\vec{d} = -d\vec{i}$. En cualquier caso, la fuerza resultante debe ser <u>opuesta</u> a $\vec{d}$ para que el movimiento sea MUAS.

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2\right) + G\frac{Mm}{(D-d)^2}\vec{i} - \frac{GMm}{(D+d)^2}\vec{i}$$

En la parte 1ª del desafío obtuve para

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\frac{2GMm}{D^3}d\vec{i} \quad (\text{proporcional y opuesta a } \vec{d})$$

$$\sum \vec{F} = -\frac{2GMm}{D^3}d\vec{i} + GMm\left[\frac{D^2+d^2+2Dd-D^2-d^2-2Dd}{(D-d)^2(D+d)^2}\right]\vec{i} =$$

$$= \left(\frac{-2GMm}{D^3}d + \frac{4GMm\,Dd}{(D^2-d^2)^2}\right)\vec{i} \simeq$$

Si $d \ll D$ entonces $\frac{d}{D} \to 0$ y $\frac{d^2}{D^2} \to 0 \Rightarrow d^2 \ll D^2 \quad D^2 - d^2 \simeq D^2$

$$\simeq \left(\frac{-2GMm}{D^3}d + \frac{4GMm\,d\cancel{D}}{D^{\cancel{4}3}}\right)\vec{i} = \frac{2GMm\,d}{D^3}\vec{i}.$$

Esta fuerza neta es proporcional a $\vec{d}$ pero <u>no</u> es opuesta y llevaría a la estrella m hacia la estrella 3 de masa M sin ninguna posibilidad de volver y, por supuesto, de realizar un MUAS. La fuerza neta debería haber sido negativa en puntos a la derecha del eje OX (opuesta a $\vec{d} = +d\vec{i}$), e, igualmente, positiva en puntos a la izquierda del eje OX (opuesta a $\vec{d} = -d\vec{i}$).

Con esto queda demostrado que si las 4 masas son iguales la estrella m se "caería" literalmente encima de la estrella de masa M más próxima en la dirección del movimiento.

Es obvio que las combinaciones de masas que pueden producir un MUAS son aquellas que, respetando las masas de las estrellas 1 y 2 (las iniciales) y siendo estas iguales se complementan con masas M_3 y M_4 menores que M para que la fuerza neta sea negativa ($\vec{d} = +d\vec{i}$, $\sum\vec{F} = -F\vec{i}$).

Si $M_3 = M_4$ (simetría que haría que fuera indiferente partir de un punto situado en una parte u otra del eje OX) $-\frac{2GMm}{D^3}d + \frac{4GM_3 m\, d}{D^3}$ debería ser negativa (<0)

Para ello podemos ver que el valor límite (no sería realmente este ya que hemos hecho alguna aproximación con las distancias) sería $M_3 = \frac{M}{2}$, es decir para estrellas $M_3 = M_4 < \frac{M}{2}$. Por ejemplo, para ~~cubrirnos~~ curarnos en salud

$$M_3 = M_4 = \frac{M}{3} \quad ; \quad \sum\vec{F} = \left(-\frac{2GMm}{D^3}d + \frac{4G\frac{M}{3}m\, d}{D^3}\right)\vec{i} = -\frac{2GMm}{3D^3}d\,\vec{i}$$

$= -K d\vec{i}$, que originaría un MUAS c.q.d.