Trineo lutrino

Los lutrinos arturianos, viejos conocidos de *El Tamiz*, son famosos en toda la Galaxia por su lascivia, su afectuosidad y por ser absolutamente adorables a la par que desasosegadores. Estas juguetonas criaturas gustan de trotar, saltar y divertirse con diversas aficiones durante los breves períodos en los que no están apareándose.

Un juego bastante común, debido a que el planeta lutrino sufre copiosas nevadas en invierno, es el de deslizarse sobre la nieve pendiente abajo. En una ocasión, sin embargo, varios lutrinos estaban jugando en la base de una pendiente nevada y uno de ellos decidió lanzarse pendiente arriba para subir en vez de bajar.

La criatura se propulsó desde la base de la pendiente, deslizándose sobre su tripa peluda, subiendo mientras se iba frenando hasta detenerse y luego bajar deslizándose otra vez hasta volver al punto de partida, ante su propia sorpresa y la de sus compañeros, que esperaban que subiera sin parar hasta llegar a la cima –los lutrinos son adorables, pero no muy inteligentes–. Al verlo caer otra vez, varios de los otros lutrinos empezaron a hacer lo mismo entre risas, mientras el resto se dedicaba a actividades de otra índole.

Aquí tienes los datos concretos de uno de los lanzamientos de los lutrinos de este estilo:

- La pendiente nevada tiene una inclinación de 30º.
- El valor del coeficiente de rozamiento nieve-tripa de lutrino es desconocido.
- El lutrino sólo se impulsa inicialmente pendiente arriba, una vez en movimiento no vuelve a realizar acción alguna hasta regresar al punto de partida.
- La velocidad inicial del lutrino es de 10 m/s.
- La masa del lutrino es irrelevante.
- La aceleración de la gravedad en el planeta lutrino es exactamente 10 m/s^2.
- El lutrino vuelve al punto de partida, tras subir y bajar, en un tiempo total de 3,61 segundos.
- Puede considerarse un único coeficiente de rozamiento, sin distinguir estático de dinámico (si no sabes de lo que hablo es que no tienes que preocuparte de ello, es sólo para los más detallistas).

Y la pregunta, evidentemente, es la siguiente: conocidos todos estos datos, ¿puedes dar, con la mayor precisión posible, el **valor del coeficiente de rozamiento** entre la nieve y la tripa lutrina?

Como siempre, dejo los comentarios cerrados en esta entrada para que ningún listillo dé la solución antes de tiempo; si alguien tiene alguna duda, puede preguntarla por e-mail y, si hubiera alguna ambigüedad en el planteamiento del problema, actualizo la entrada y lo anuncio en un comentario.

¡Que ustedes piensen bien!

RESOLUCIÓN.

1. ACELERACIÓN DURANTE LA SUBIDA a_s.

Sentido positivo el del movimiento.

$$a_s = \frac{-P_x - F_f}{m} = \frac{-mgsin30 - \mu N}{m} \quad ; \quad siendo\ N = mgcos30$$

$$por\ tanto\ a_s = -g(sin30 + \mu cos30)$$

2. ACELERACIÓN DURANTE LA BAJADA a_b

Sentido positivo el del movimiento.

$$a_b = \frac{P_x - F_f}{m} = \frac{mgsin30 - \mu N}{m} \quad ; \quad siendo\ N = mgcos30$$

$$por\ tanto\ a_b = g(sin30 - \mu\, cos30)$$

3. ESPACIO RECORRIDO SUBIENDO

$$v^2 - v_0^2 = 2 a_s x \quad ; v\ final\ es\ 0\ y\ la\ v_0\ conocida,\ 10\, m/s$$

$$-v_0^2 = -2g(sin30 + \mu cos30)x$$

$$x = \frac{v_0^2}{2g(sin30 + \mu\, cos30)}$$

4. TIEMPO EMPLEADO EN SUBIR t_s

$$v = v_0 + a_s t_s$$

$$en\ el\ punto\ mas\ alto\ la\ velocidad,\ velocidad\ final\ v\ es\ 0$$

$$t_s = \frac{v_0}{g(sin30 + \mu \cos 30)}$$

$$t_s = \frac{v_0}{g}\left(\frac{1}{sin30 + \mu \cos 30}\right)$$

5. TIEMPO EMPLEADO EN BAJAR t_b

La velocidad inicial de este movimiento es 0. La distancia recorrida es x del punto 3. La aceleración es la del punto 2.

$$x = 1/2\, a_b t_b^2 \quad ; t_b = \sqrt{\frac{2x}{a_b}}$$

$$t_b = \sqrt{\frac{\frac{2v_0^2}{2g(\mathit{sin30} + \mu\, \mathit{cos30})}}{g(\mathit{sin30} - \mu\, \mathit{cos30})}}$$

$$t_b = \frac{v_0}{g} \sqrt{\frac{1}{(\mathit{sin30})^2 - \mu^2 (\mathit{cos30})^2}}$$

6. RESOLUCIÓN

La suma de los tiempos de subida (punto 4) y bajada (punto 5) es t = 3,61 s

$$t_s + t_b = t$$

$$\left(\frac{1}{\mathit{sin30} + \mu \cos 30}\right) + \frac{1}{\sqrt{(\mathit{sin30})^2 - \mu^2 (\mathit{cos30})^2}} = t$$

$$\frac{1}{\mathit{sin30} + \mu \cos 30} + \frac{1}{\sqrt{(\mathit{sin30})^2 - \mu^2 (\mathit{cos30})^2}} = \frac{tg}{v_0}$$

$$\textit{dividiendo todos los denominadores entre cos30}$$

$$\frac{1}{\mathit{tan30} + \mu} + \frac{1}{\sqrt{(\mathit{tan30})^2 - \mu^2}} = \frac{t\, g\, \mathit{cos30}}{v_0}$$

$$\textit{Ecuación que hay que resolver para encontrar } \mu$$

$$\textit{con los valores numericos}$$

$$t = 3{,}61\, s\, ; v_0 = 10\mathrm{m}/s\, ; g = 10\mathrm{m}/s^2$$

$$\mathit{tan30} = 0{,}577350 ; (\mathit{tan30})^2 = 0{,}3333333 ; \mathit{cos30} = 0{,}866025$$

7. RESOLUCIÓN NUMÉRICA DE LA ECUACIÓN

$$\frac{1}{0{,}577350 + \mu} + \frac{1}{\sqrt{0{,}333333 - \mu^2}} = 3{,}126352$$

$$\textit{se trata de buscar } \mu \textit{ que hace cero la función}$$

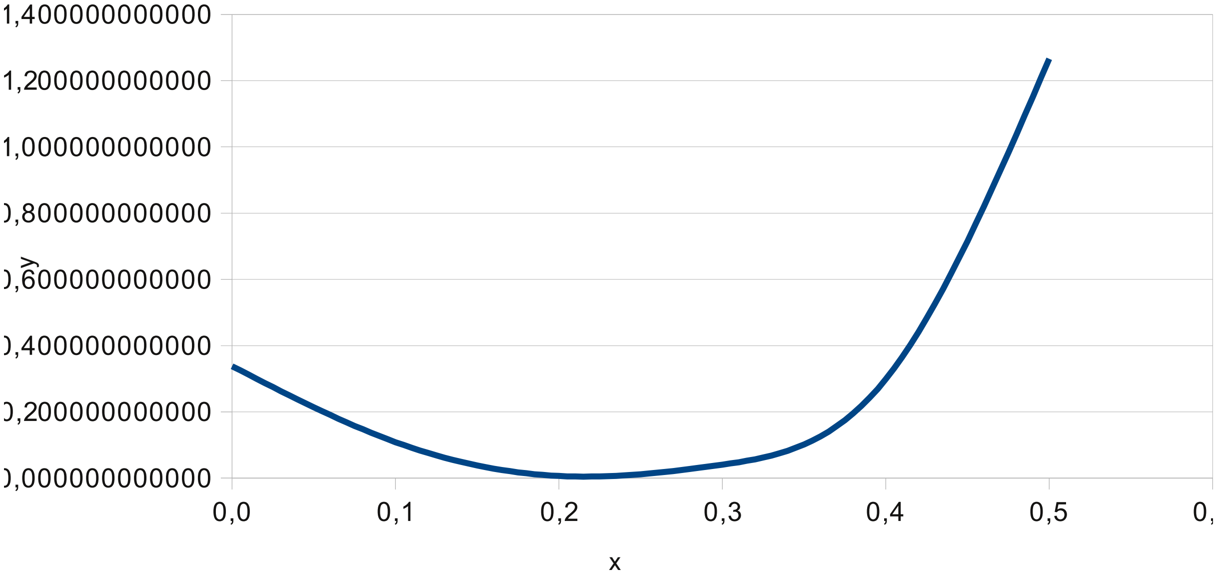
$$y = \frac{1}{0{,}577350 + \mu} + \frac{1}{\sqrt{0{,}333333 - \mu^2}} - 3{,}126352$$

El resultado que obtengo es μ = 0,229.

Las páginas siguientes contienen los números y gráficos que me llevan a esta solución.

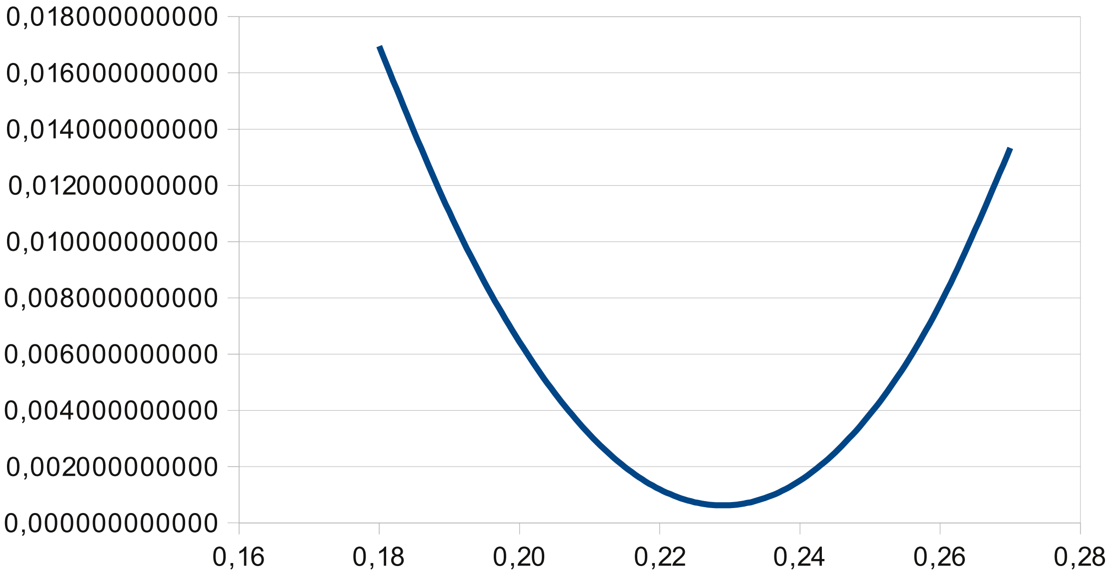
Entre 0,0 y 1,0

X	Y
0,0	0,337751288733
0,1	0,108621677245
0,2	0,006443231480
0,3	0,040657500222
0,4	0,298747528371
0,5	1,265960005561
0,6	Err:502
0,7	Err:502
0,8	Err:502
0,9	Err:502
1,0	Err:502



Entre 0,10 y 0,30

X	Y
0,10	0,108621677245
0,11	0,092881929104
0,12	0,078369686173
0,13	0,065077925028
0,14	0,053003394704
0,15	0,042146710179
0,16	0,032512483329
0,17	0,024109494894
0,18	0,016950911936
0,19	0,011054556373
0,20	0,006443231480
0,21	0,003145114845
0,22	0,001194228220
0,23	0,000630997112
0,24	0,001502915955
0,25	0,003865338415
0,26	0,007782417155
0,27	0,013328223353
0,28	0,020588083986
0,29	0,029660184846
0,30	0,040657500222



Entre 0,22 y 0,24

X	Y			
0,220	0,001194228220		**0,229**	**0,000623580910**
0,221	0,001074734742		0,228	0,000630458920
0,222	0,000969156135		0,230	0,000630997112
0,223	0,000877537244		0,227	0,000651581097
0,224	0,000799923635		0,231	0,000652758347
0,225	0,000736361599		0,226	0,000686898163
0,226	0,000686898163		0,232	0,000688916216
0,227	0,000651581097		0,225	0,000736361599
0,228	0,000630458920		0,233	0,000739523116
0,229	0,000623580910		0,224	0,000799923635
0,230	0,000630997112		0,234	0,000804632243
0,231	0,000652758347		0,223	0,000877537244
0,232	0,000688916216		0,235	0,000884297603
0,233	0,000739523116		0,222	0,000969156135
0,234	0,000804632243		0,236	0,000978574020
0,235	0,000884297603		0,221	0,001074734742
0,236	0,000978574020		0,237	0,001087517149
0,237	0,001087517149		0,220	0,001194228220
0,238	0,001211183480		0,238	0,001211183480
0,239	0,001349630350		0,239	0,001349630350
0,240	0,001502915955		0,240	0,001502915955

El resultado que mas aproxima a 0 la función es 0,229

Jesús Burgués Llurda

5 de Enero de 2.012